Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

Институт компьютерных наук и технологий

Высшая школа интеллектуальных систем и суперкомпьютерных технологий

**Отчёт по расчетной работе № 3**

Дисциплина: Теория вероятности и математическая статистика

Тема: Расчет статистических показателей игры Craps

Выполнил студент гр. 3530901/10001 \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Д.Л. Симоновский

(подпись)

Руководитель \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ К.В. Никитин

(подпись)

“26” мая 2023 г.

Санкт-Петербург

2023

Оглавление

[1. Описание игры 3](#_Toc136086955)

[1.1. Craps 3](#_Toc136086956)

[1.2. Виды ставок в Craps 3](#_Toc136086957)

[2. Теоретическая модель 3](#_Toc136086958)

[2.1. Ставка на «проходит». Pass line. 3](#_Toc136086959)

[2.1.1. Описание 3](#_Toc136086960)

[2.1.2. Исходы 3](#_Toc136086961)

[2.2. Ставка на «не проходит». Don’t pass. 4](#_Toc136086962)

[2.2.1. Описание 4](#_Toc136086963)

[2.2.2. Исходы 4](#_Toc136086964)

[2.3. Дополнительные свободные ставки (free odds) 5](#_Toc136086965)

[2.3.1. Ставка на «проходит» (pass line) 5](#_Toc136086966)

[2.3.2. Ставка на «не проходит» (don’t pass line) 5](#_Toc136086967)

[2.4. Ставка на совпадение «Come» 6](#_Toc136086968)

[2.5. Ставка на несовпадение «Don’t come bar» 6](#_Toc136086969)

[2.6. Ставка на поле (Field) 6](#_Toc136086970)

[2.7. Большая шестерка (Big 6) и большая восьмерка (Big 8) 6](#_Toc136086971)

[2.8. «Тяжелые номера» (Hard ways) 7](#_Toc136086972)

[2.9. Ставки в один бросок (Proposition bets) 7](#_Toc136086973)

[2.10. Ставка на любой крэпс (Any Craps) 7](#_Toc136086974)

[2.11. Ставка на любую семерку (Any Seven) 7](#_Toc136086975)

[2.12. Ставка на крэпс и 11 (Craps and Eleven, C&E) 7](#_Toc136086976)

[2.13. Ставка 2 - Тузы, ставка 12 (Two - Aces, Twelve) 7](#_Toc136086977)

[2.14. Ставка 3, ставка 11 (Three, Any Eleven) 7](#_Toc136086978)

[2.15. «Вилка» (Horn Bet) 7](#_Toc136086979)

[2.16. «Высокая вилка» (Horn High Bet) 7](#_Toc136086980)

[2.17. «Глобус» (World Bet) 7](#_Toc136086981)

[2.18. «Линия крэпса» (Three way craps) 7](#_Toc136086982)

[2.19. Ставки на номера (Win bet, Place bet) 7](#_Toc136086983)

[2.20. Прикуп (Buy) 8](#_Toc136086984)

[2.21. Ставки против номеров (Lose) 8](#_Toc136086985)

[2.22. Лэй (Lay) 8](#_Toc136086986)

[2.23. Характеристики каждой ставки 8](#_Toc136086987)

[2.24. Теоретические функции распределения для некоторых ставок 9](#_Toc136086988)

[2.24.1. Pass – line 9](#_Toc136086989)

[2.24.2. Don’t pass line 9](#_Toc136086990)

[2.24.3. Any Craps 10](#_Toc136086991)

[2.24.4. World bet 10](#_Toc136086992)

# Описание игры

## Craps

Крэпс является классической настольной игрой.

В игре Крэпс на каждом ходу бросается пара игральных костей.

Игра состоит из раундов, но при этом количество раундов и продолжительность повремени, может быть различной, в зависимости от итогов бросков костей. Для играющего в эту игру человека, значение имеет лишь в том, что некоторые ставки можно лишь сделать до начала первого раунда, а другие после. Далее бросаем кости. Когда в первом раунде выпадает сумма: два, три, семь, одиннадцать или двенадцать, то раунд сразу завершается. После этого выплачивают все выигравшие ставки, а проигравшие ставки убирают. Далее раунд будет опять первым, и кости бросают снова.

Когда в первом раунде выпадает сумма: четыре, пять, шесть, восемь, девять или десять (the point), на поле с этой цифрой ставится специальная фишка (шайба), на которой сверху написано ON, это обозначает, что пункт определен, раунд будет продолжаться. Все итоги подводятся после каждого броска костей, а бросать будут до тех пор, пока не выпадет тот же пункт или семь, и только после этого раунд будет считаться завершенным, шайбу переворачивают стороной OFF, и снова бросок станет первым в следующем новом раунде.

## Виды ставок в Craps

В игре Крэпс существует множество ставок:

* «Проходит» (pass line) и «не проходит» (don't pass)
* Дополнительные ставки за линию «проходит» (pass line)
* Не проходит (don't pass) – дополнительные ставки
* Ставки на «COME» – совпадение
* Ставки на «Don't come bar» – несовпадение
* Ставки на номера
* Ставки против номеров
* Ставки на поле (FIELD)
* Большая шестерка (BIG 6) и большая восьмерка (BIG 8)
* Ставки в центральной зоне (prob bet's)

# Теоретическая модель

## Ставка на «проходит». Pass line.

### Описание

Такого рода ставки можно сделать лишь до начала раунда, до того, как будет произведен первый бросок и выброшено очко.

Игрок, который делает ставку на линию «проходит» (pass line), предполагает, что кости лягут статистически правильно. Это означает, что он выиграет, если сразу выпадет семь или одиннадцать и проиграет, если сразу выпадет два, три или двенадцать.

Если выпадет исходная сумма в четыре, пять, шесть, восемь, девять или десять — это значит, что броски должны повторяться до тех пор, пока исходное очко не будет повторено и ставившие на «проходит» (pass line) выиграют, либо пока не будет выброшена сумма семь, и они проиграют.

Доля игорного дома на ставке "проходит" составляет около 1,4%.

### Исходы

Далая эту ставку, существует 2 исхода:

* Победа
* Поражение

Вероятность победы сразу:

Вероятность проигрыша сразу:

Вероятность получить point:

Исходы после point:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| S | 4 | 5 | 6 | 8 | 9 | 10 |
|  |  |  |  |  |  |  |

Следовательно, вероятность проигрыша:

Ожидаемый выигрыш:

Ожидаемый выигрыш на одну ставку:

Доход заведения:

Дисперсия выигрыша/проигрыша

Возвращается к игроку:

Среднее отклонение выигрыша за одну ставку

Индекс волатильности игры:

## Ставка на «не проходит». Don’t pass.

### Описание

Данная ставка является противоположностью ставки «проходит» за одним исключением – если выпадает двенадцать, то ставка просто возвращается игроку (т. е. он ничего не выиграл и не проиграл). По правилам некоторых игорных домов вместо двенадцати может быть двойка, что означает то же самое, что и двенадцать.

Доля игорного дома на ставке «не проходит» составляет около 1,4%.

### Исходы

Делая эту ставку, существует 3 исхода:

* Победа
* Поражение
* Ничья

Вероятность победы сразу:

Вероятность проигрыша сразу:

Вероятность ничьи:

Вероятность point:

Исходы после point:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| S | 4 | 5 | 6 | 8 | 9 | 10 |
|  |  |  |  |  |  |  |

Следовательно, вероятность проигрыша:

Ожидаемый выигрыш:

Ожидаемый выигрыш на одну ставку:

Доход заведения:

Дисперсия выигрыша/проигрыша

Возвращается к игроку:

Среднее отклонение выигрыша за одну ставку

Индекс волатильности игры:

В дальнейшем опустим расчеты в силу их эквивалентности для каждой из ставок и будем приводить только описание конкретной ставки.

## Дополнительные свободные ставки (free odds)

Данные ставки называются свободными, т. к. доход заведения на них нулевой. Их игрок может поставить после того, как выпал «пойнт», если до этого он сделал ставку «проходит» или «не проходит» или на «совпадение» или «не совпадение».

### Ставка на «проходит» (pass line)

В случае, если игрок сделал ставку на «проходит», то он может поставить на выпавшее в первом раунде очко - 4, 5, 6, 8, 9 или 10. Выплаты осуществляются исходя из реальных шансов (вероятностей) получить выпавшее очко.

Если семь очков выпадает раньше, чем повторится установочное очко, то игрок теряет и ставку по линии "проходит", и дополнительную ставку.

В большинстве заведений дополнительная ставка равна исходной ставке на линии «проходит». Данный вид ставки называется одинарной. Однако, если очко составляет шесть или восемь, в большинстве заведений разрешается делать дополнительные ставки впять долларов, если игрок поставил на линию «проходит» по крайней мере три доллара. В некоторых заведениях игрокам разрешают делать дополнительную свободную ставку, в два раза превышающую исходную.

Делая любую дополнительную ставку, игрок существенно снижает гарантированную долю выигрыша игорного дома с 1,4% до более низких значений – чем больше доп. ставка, тем ниже (0.8 % для одинарной ставки и 0.6 % для двойной). Дополнительные ставки игрок может делать в любое время после того, как установлено исходное очко. Он имеет также право снимать сделанные свободные ставки в любой момент до повторного выброса семерки.

### Ставка на «не проходит» (don’t pass line)

В случае, если игрок сделал ставку на «не проходит», то он может поставить на выпадение семёрки. Выплаты осуществляются исходя из реальных шансов (вероятностей) получить семёрку в зависимости от выпавшего исходного очка (пойнта).

Отличие от случая «проходит» в том, что здесь выплаты меньше, чем сама ставка из-за того, что вероятность получить «семерку» всегда выше.

Чаще всего разрешается сделать одинарную ставку. В некоторых заведениях допускаются двойные дополнительные ставки, и там игрок имеет шансы на получение удвоенного выигрыша.

Так же, как и иные дополнительные ставки, эти ставки по выбору игрока можно делать и снимать в любой момент после того, как установлено исходное очко.

## Ставка на совпадение «Come»

Довольно большой сектор игорного стола отведен ставкам на совпадение (come). Данные ставки разыгрываются таким же образом, что и ставки на линии «проходит» (pass line), за исключением того, что их можно делать только после того, как выброшено исходное очко.

Если игрок после выпадения исходного очка сделал ставку на совпадение, то после следующего броска он может сразу выиграть, если выпадет семь или одиннадцать (выплата 1 к 1), сразу проиграть, если выпадет два, три или двенадцать, либо в случае выпадения суммы 4, 5, 6, 8, 9,10 его ставка помещается в прямоугольник с соответствующим номером. Если этот номер выпадет до семерки-ставка выиграет (выплаты 1 к 1).

В случае, если игрок поставил еще доп. ставку, то по ней выплаты будут уже исходя из шансов (см. свободные ставки).

## Ставка на несовпадение «Don’t come bar»

Небольшой сектор игорного стола отведен ставкам на несовпадение. Это сектор Don't Come Bar. Данные ставки разыгрываются таким же образом, что и ставки на линии "не проходит" (don't pass line), за исключением того, что их можно делать только после того, как выброшено исходное очко.

Если игрок после выпадения исходного очка сделал ставку на совпадение, то после следующего броска он может:

* сразу проиграть, если выпадет 7 или 11
* сразу выиграть, если выпадет 2 или 3 (выплата 1 к 1),
* остаться при своих, если выпадет 12,
* либо в случае выпадения суммы 4, 5, 6, 8, 9,10 его ставка помещается в прямоугольник с соответствующим номером. Если семерка выпадет до этого номера, ставка выиграет. (выплаты 1 к 1).

В случае, если игрок поставил еще доп. ставку, то по ней выплаты будут уже исходя из шансов (см. свободные ставки).

## Ставка на поле (Field)

Ставка на то, что при следующем броске выпадет 2, 3, 4, 9, 10, 11 или 12.

На игорном столе поле для этих ставок (Field) занимает заметное место. Это одна большая ставка на несколько номеров сразу.

Если выпадают двойка или двенадцать, то выплаты производятся 2:1.

Все остальные комбинации - три, четыре, девять, десять и одиннадцать – оплачиваются 1:1.

Следует обратить внимание, что в этой зоне игрового стола не хватает номеров пять, шесть, семь и восемь - как раз тех самых, которые выпадают чаще всего.

## Большая шестерка (Big 6) и большая восьмерка (Big 8)

Поля для этих ставок трудно не заметить, но их делают игроки, которые не желают рисковать заметными суммами. Они ставят доллар - другой на эти цифры в расчете на то, что шесть либо восемь выпадет раньше, чем семерка, и тогда они получат выигрыш, равный сумме ставки (1 к 1).

Существует, однако, по пять комбинаций, которые дают в сумме шесть или восемь, и шесть комбинаций, которые в итоге дают семь, так что шансы получить шестерку или восьмёрку составляют 5:6.

## «Тяжелые номера» (Hard ways)

Ставка делается на номера четыре, шесть, восемь, десять. Игрок выигрывает, если выбранная сумма выпадает в виде дубля и проигрывает в случае, если она выпадает не в виде дубля, либо если выпадает 7.

## Ставки в один бросок (Proposition bets)

Тот, кто делает такую ставку, выигрывает или проигрывает в зависимости от того, какая сумма выпадет в следующем броске.

## Ставка на любой крэпс (Any Craps)

Игрок ставит на то, что в следующем броске выпадет 2, 3, 12 (крэпс-комбинация). В случае выигрыша выплаты 7 к 1.

## Ставка на любую семерку (Any Seven)

Игрок ставит на то, что в следующем броске выпадет 7. В случае выигрыша выплаты 4 к 1.

## Ставка на крэпс и 11 (Craps and Eleven, C&E)

Игрок ставит на то, что в следующем броске выпадет 2, 3, 11 или 12. В случае выпадения 2, 3 или 12 выплаты 3 к 1, в случае выпадения 11 – выплаты 7 к 1

## Ставка 2 - Тузы, ставка 12 (Two - Aces, Twelve)

Это две независимые ставки на результат следующего броска. В случае выигрыша выплаты 30 к 1.

## Ставка 3, ставка 11 (Three, Any Eleven)

Это две независимые ставки на результат следующего броска. В случае выигрыша выплаты 15 к 1.

## «Вилка» (Horn Bet)

Игрок ставит на 2, 3, 11, 12, причем на каждый номер по ставке, т. е. 4 ставки. В случае выпадения 2 и 12 выигрыш 30 к 1, в случае 3 и 11 выигрыш 15 к 1.

Для того чтобы сделать такую ставку, нужно поставить сумму кратную четырех. Например, восемь долларов, тогда все четыре номера будут играть по 2 доллара.

## «Высокая вилка» (Horn High Bet)

Игрок ставит на 2, 3, 11, 12, суммарно 5 ставок, т. е. по 1 на любые три из этих номеров и 2 на оставшийся. Выплаты аналогичны обычной «вилке».

## «Глобус» (World Bet)

Ставка сразу на все значения, которые входят в одно бросковые ставки, т. е. на 2, 3, 11, 12 и 7. Ставка делается кратная пяти. Например, 25 долларов, тогда каждый номер из ставки «WORLD» будет играть по пять долларов. В случае выпадения 2 и 12 выигрыш 30 к 1, в случае 3 и 11 выигрыш 15 к 1, в случае выпадения 7 выплаты 4 к 1.

## «Линия крэпса» (Three way craps)

Ставка на три номера крэпса – 2, 3, 12. Ставка принимается кратная трех. Например, бросаете дилеру три фишки по пять долларов и просите поставить на "Линию Крэпса». В случае выпадения 2 и 12 выигрыш 30 к 1, в случае 3 выигрыш 15 к 1.

## Ставки на номера (Win bet, Place bet)

Зона, где делаются ставки на номера, довольно велика и не только потому, что эти ставки активно разыгрываются, но и потому, что там же размещаются ставки на совпадение и несовпадение.

Ставки можно делать на номера: 4, 5, 6, 8, 9, 10. Ставки можно делать на один или несколько номеров. Ставки на номера можно делать на любые суммы, вплоть до максимальной, допускаемой в данном заведении.

Ставка на номер разыгрывается до тех пор, пока не выпадет семерка. В отличие от ставок на совпадение, при ставках на номера не приходится дожидаться повторного выпадения той же суммы. При первом же выпадении заказанного номера происходит выплата

## Прикуп (Buy)

Это ставка на номер 4, 5, 6, 8, 9, 10, причем выплаты в случае выигрыша рассчитываются исходя из вероятностей исходов, как в случае свободных (free) ставок. Но в случае выигрыша игрок должен отдать 5% выигрыша заведению.

## Ставки против номеров (Lose)

Игроки могут сделать ставки на то, что один или более номеров: четыре, пять, шесть, восемь, девять, десять - не выпадут, предупредив об этом работника заведения. Игрок выигрывает, если семерка выпадет ранее, чем указанная в ставке сумма. Выплаты в данной ставке дуальны выплатам при ставках на номера и зависят от того, на какой номер сделана ставка.

## Лэй (Lay)

Это ставка на то, что «7» выпадет раньше, чем выбранный номер (4, 5, 6, 8, 9, 10), причем выплаты в случае выигрыша рассчитываются исходя из вероятностей исходов, как в случае свободных (free) ставок. Но в случае выигрыша игрок должен отдать 5% выигрыша заведению.

## Характеристики каждой ставки

Как было написано выше, опустим одинаковые расчеты каждой величины. Вот итоговая таблица с результатами вычислений:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № | Ставка |  | Мат.  Ожидание | Доход заведения | RTP | Дисперсия | СКО | Индекс  Волат. |
| 1 | Pass-line | 0,493 | -0,014 | 1,4 | 98,6 | 0,9996 | 0,9998 | 1,649681 |
| 2 | Don’t pass-line | 0,479 | -0,013 | 1,3 | 98,7 | 0,9720 | 0,9859 | 1.62681 |
| 3 | Free odds\_pass-line | 0.493 | -0.012 | 1,3 | 98,8 | 3.5838 | 1.8931 | 1.64987 |
| 4 | Free odds\_dont pass-line | 0,479 | -0.016 | 1,6 | 98,4 | 2.5135 | 1.5854 | 2.6159 |
| 5 | Come | 0.493 | -0.013 | 1.3 | 98,7 | 0.9998 | 0.99991 | 1.64985 |
| 6 | Don’t come | 0.478 | -0.014 | 1,5 | 98,5 | 0.9718 | 0.9998 | 1.64981 |
| 7 | Field | 0.445 | -0.05 | 5.3 | 94,7 | 0.9971 | 0.9985 | 1.64761 |
| 8 | Big\_6, Big\_8 | 0.454 | -0.09 | 9.0 | 91.0 | 0.9092 | 0.9959 | 1.64324 |
| 9 | Hard way\_4\_10 | 0.110 | -0.114 | 11.4 | 88.6 | 0.9869 | 0.9934 | 1.63922 |
| 10 | Hard way\_6\_8 | 0.091 | -0.088 | 8.8 | 91,2 | 8.2826 | 2.8770 | 4.74707 |
| 11 | Any craps | 0.111 | -0.109 | 10.9 | 89,1 | 6.3280 | 2.5155 | 4.15069 |
| 12 | Any seven | 0.166 | -0.168 | 16.8 | 83,2 | 3.4672 | 1.8622 | 3.0727 |
| 13 | Craps\_11, C&E | 0.166 | -0.113 | 11.3 | 88,6 | 4.5309 | 0.993799 | 1.639769 |
| 14 | Two-Aces\_12 | 0.027 | -0.145 | 13.71 | 86,28 | 26.00 | 0.990 | 7.27 |
| 15 | Three, Any Eleven | 0.055 | -0.112 | 11.2 | 88.8 | 13.4141 | 0,9936 | 1,63955 |
| 16 | Horn bet | 0.167 | -0.125 | 12.5 | 87,5 | 4,3553 | 0,9922 | 1.63711 |
| 17 | Horn high bet | 0.167 | -0.156 | 15.6 | 84,4 | 7,4402 | 0,9877 | 1,62971 |
| 18 | World bet | 0.333 | -0.134 | 13.42 | 86,6 | 2,6830 | 0,9908 | 1.63511 |
| 19 | Three way craps | 0.111 | -0.129 | 12.90 | 87,07 | 15.3218 | 0.9918 | 1.63702 |
| 20 | Win bet, Place bet | 0.397 | -0.040 | 4.0 | 95,72 | 51.4910 | 0.9992 | 1.64880 |
| 21 | Lose | 0.601 | -0.025 | 2.5 | 97,5 | 23.320 | 0.9997 | 1.64985 |
| 22 | Buy\_4\_10 | 0.333 | -0.017 | 1.7 | 98,3 | 1.9334 | 0,9998 | 1,64981 |
| 23 | Buy\_5\_9 | 0.399 | -0.021 | 2.05 | 97,9 | 1.4404 | 0,9998 | 1,65002 |
| 24 | Buy\_6\_8 | 0.454 | -0.024 | 2.42 | 97,6 | 1.1458 | 0,9997 | 1,65011 |
| 25 | Lay\_4\_10 | 0.667 | -0.016 | 1.64 | 98,4 | 0.4834 | 0.9998 | 0,98193 |
| 26 | Lay\_5\_9 | 0.599 | -0.020 | 2.01 | 98,0 | 5.7626 | 0,9998 | 0.97825 |
| 27 | Lay\_6\_8 | 0.546 | -0.021 | 2.14 | 97,9 | 28.6451 | 0.9997 | 0.97721 |

## Теоретические функции распределения для некоторых ставок

Выполним построение теоретических функций распределения, для которых ставок.

### Pass – line

Вероятности:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Выигрыш | -1 | 0 | +1 |
| Вероятность | 0,507 | 0 | 0,493 |

Соответствующая функция распределения:

Используя python, построим график этой функции, используя следующую команду:

plt.plot([-1, 0, 1], [0.507, 0, 0.493])

Полученный график функции распределения:

Изображение выглядит как линия, График, диаграмма

Автоматически созданное описание

### Don’t pass line

Вероятности:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Выигрыш | -1 | 0 | +1 |
| Вероятность | 0,4973 | 0,027 | 0,4929 |

Соответствующая функция распределения:

Используя python, построим график этой функции, используя следующую команду:

plt.plot([-1, 0, 1], [0.4973, 0.027, 0.4929])

Полученный график функции распределения:

Изображение выглядит как линия, График, диаграмма

Автоматически созданное описание

### Any Craps

Вероятности:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Выигрыш | -1 | 0 | +7 |
| Вероятность | 0,889 | 0 | 0,111 |

Соответствующая функция распределения:

Используя python, построим график этой функции, используя следующую команду:

plt.plot([-1, 0, 1], [0.889, 0.0, 0.111])

Полученный график функции распределения:

Изображение выглядит как линия, График, диаграмма, снимок экрана

Автоматически созданное описание

### World bet

Вероятности:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Выигрыш | -1 | 0 | 4 | 15 | 30 |
| Вероятность | 0,666 | 0 | 0,166 | 0,111 | 0,055 |

Соответствующая функция распределения:

Используя python, построим график этой функции, используя следующую команду:

plt.plot([-1, 0, 4, 15, 30], [0.666, 0.0, 0.166, 0.111, 0.055])

Полученный график функции распределения:

Изображение выглядит как линия, График, диаграмма, Параллельный

Автоматически созданное описание

# Моделирование

Выполним моделирование игры Крэпс и попытаемся удостовериться в правильности расчетов пунктов 2.23 и 2.24.